**TRABAJO EN CLASE**

**Ejercicios**

**2.1 Semejanzas y diferencia entre la serie de Fourier y transformada de Fourier, transformada de Fourier en tiempo discreto, y transformada discreta de Fourier.**

**1. Serie de Fourier**

La **serie de Fourier** es una técnica que permite representar una señal periódica como una suma infinita de senos y cosenos. Específicamente, para una señal periódica x(t) con periodo T, la serie de Fourier expresa la señal como una suma de frecuencias armónicas (múltiplos de una frecuencia fundamental)

* **Aplicación**: Solo para señales periódicas.
* **Forma**: Expresión como suma infinita de senos y cosenos (o exponenciales complejas).
* **Dominio**: Frecuencia (discretizada en frecuencias armónicas).

La fórmula general es:

**2. Transformada de Fourier**

La **transformada de Fourier** (TF) es una extensión de la serie de Fourier que permite analizar señales **no periódicas** y **de duración infinita**. En lugar de una suma discreta de frecuencias, la transformada de Fourier utiliza una integral sobre todas las frecuencias posibles.

* **Aplicación**: Para señales **no periódicas** y **de duración infinita**.
* **Forma**: Integral de la función de tiempo multiplicada por una exponencial compleja.
* **Dominio**: Frecuencia continua.

La fórmula general es:

**3. Transformada de Fourier en tiempo discreto (DTFT)**

La **transformada de Fourier en tiempo discreto** (DTFT) es una variación de la transformada de Fourier aplicada a señales **discretas** en el tiempo (es decir, señales muestreadas). En este caso, la señal se evalúa en puntos discretos en el tiempo, pero la transformada genera una función continua en la frecuencia.

* **Aplicación**: Para señales **discretas** en el tiempo, pero con una frecuencia continua.
* **Forma**: Suma infinita de términos multiplicados por exponenciales complejas (como en la transformada de Fourier, pero con una secuencia discreta de muestras).
* **Dominio**: Frecuencia continua.

La fórmula general es:

### 4. ****Transformada Discreta de Fourier (DFT)****

La **transformada discreta de Fourier** (DFT) es una versión discreta de la transformada de Fourier en la cual tanto la señal como las frecuencias están discretizadas. A diferencia de la DTFT, la DFT genera una secuencia de valores discretos en el dominio de la frecuencia.

* **Aplicación**: Para señales **discretas** y de **longitud finita**.
* **Forma**: Suma finita de términos multiplicados por exponenciales complejas.
* **Dominio**: Frecuencia discreta.
* **Computación**: Se calcula comúnmente mediante algoritmos como la FFT (Fast Fourier Transform).

La fórmula general es:

**Semejanzas**

* Todas buscan **transformar señales** en el dominio del tiempo a una representación en el dominio de la frecuencia.
* Se basan en descomponer la señal en **componentes sinusoidales** (senos y cosenos o exponenciales complejas).
* Son herramientas fundamentales en el análisis de señales y sistemas.

**Diferencias**

* **Periodicidad**:
  + La **serie de Fourier** es para señales **periódicas**.
  + La **transformada de Fourier** es para señales **no periódicas** y de duración infinita.
  + La **DTFT** se aplica a señales **discretas** pero con **frecuencia continua**.
  + La **DFT** se aplica a señales **discretas** y de **longitud finita**, proporcionando una representación en frecuencia discreta.
* **Dominio de la frecuencia**:
  + En la **serie de Fourier**, la frecuencia es **discreta** y corresponde a las armónicas.
  + En la **transformada de Fourier**, la frecuencia es **continua**.
  + La **DTFT** también tiene frecuencias **continuas**, pero para señales discretas.
  + La **DFT** tiene frecuencias **discretas**, con un número limitado de frecuencias.
* **Computación**:
  + La **serie de Fourier** se puede expresar en forma analítica y es más conceptual.
  + La **transformada de Fourier** también es analítica y se aplica a señales no periódicas.
  + La **DTFT** es teórica y se utiliza más en el análisis.
  + La **DFT** es computacionalmente eficiente y se calcula mediante algoritmos como la FFT.

**¿EN QUE CONSISTE EL ALGORITMO FAST FOURIER TRANSFORM (FFT) Y SU UTILIDAD PARA EL CALCULO DE LA TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIRER? EXPLIQUE EN DETALLE EL ALGORITMO FFT Y SU COSTO COMPUTACIONAL VS EL DE LA TRANSFORMADA DISCRETA.**

El algoritmo FFT es un conjunto de algoritmos eficientes diseñados para calcular la DFT de manera más rápida, aprovechando simetrías y propiedades matemáticas de las raíces de la unidad (exponenciales complejas). El algoritmo más conocido y utilizado es el algoritmo de Cooley-Tukey, que realiza la DFT en O(N log N) operaciones en lugar de

La clave de la eficiencia del FFT está en su estrategia de dividir y conquistar. En lugar de calcular la DFT de la secuencia completa de una sola vez, el algoritmo divide el problema en subproblemas más pequeños y los resuelve recursivamente, utilizando la propiedad de la simetría en las exponenciales complejas.

**Ejemplo simplificado**

Supongamos que tenemos una señal x[n]x[n]x[n] de longitud N=8N = 8N=8. El proceso de la FFT la dividiría en:

* Primera división: N/2=4N/2 = 4N/2=4
* Segunda división: N/4=2N/4 = 2N/4=2
* Última división: N/8=1N/8 = 1N/8=1 (lo que corresponde a un cálculo trivial)

Luego, combinamos los resultados de las sub-secuencias utilizando las raíces de la unidad.

* **Costo Computacional de la FFT vs. DFT Directa**

**Costo de la DFT directa**

El cálculo directo de la **DFT** requiere realizar NNN sumas, y para cada una de ellas, se necesitan NNN multiplicaciones, lo que lleva a una complejidad computacional de:

Esto es muy costoso cuando NNN es grande.

**Costo del FFT**

El algoritmo **FFT** reduce este costo a O(N log N) lo que es una mejora sustancial, especialmente cuando N es grande. Para , la cantidad de operaciones es proporcional a , y se calcula de la siguiente manera:

* + El algoritmo divide la secuencia en dos partes, lo que implica realizar N/2 combinaciones de las sub-secuencias.
  + Luego, para cada nivel de recursión, el costo total es O(N), y el número de niveles de recursión es

Por lo tanto, el costo total del algoritmo FFT es: O (N log N)

**2.4 En que consiste la distorsión total de armónicos (THD) y el factor de potencia en un circuito eléctrico. ¿Como puede calcularse el THD desde la FFT? ¿Como puede calcularse la distorsión del factor de potencia con base al THD? Genere un ejemplo ilustrativo para el calculo del THD y la distorsión del factor de potencia para un rectificador de onda completa con carga netamente resistiva y carga RC en serie.**

**Distorsión Total de Armónicos (THD)**

La THD es una medida de la distorsión de una señal eléctrica debido a la presencia de armónicos, que son múltiplos de la frecuencia fundamental. Se calcula como la relación entre la amplitud de los armónicos y la amplitud de la frecuencia fundamental. Una THD baja indica una señal casi pura, mientras que una THD alta indica mayor distorsión. Los efectos de la THD incluyen mayor calentamiento de equipos, reducción de eficiencia y posibles interferencias en el sistema eléctrico.

**Factor de Potencia**

El factor de potencia (FP) es la relación entre la potencia activa (que realiza trabajo útil) y la potencia aparente (que incluye potencia reactiva). Se calcula como FP=cos⁡(ϕ)\text{FP} = \cos(\phi)FP=cos(ϕ), donde ϕ\phiϕ es el ángulo de fase entre la corriente y el voltaje. Un factor de potencia bajo indica que parte de la energía suministrada no se utiliza de manera eficiente. Un factor de potencia cercano a 1 es ideal, ya que indica un uso eficiente de la energía.

**Relación entre THD y Factor de Potencia**

Los armónicos (que afectan la THD) pueden influir en el factor de potencia, reduciendo la eficiencia del sistema. Un sistema con alta THD puede tener un bajo factor de potencia, lo que incrementa las pérdidas de energía y disminuye la eficiencia general.

**Cálculo del THD desde la FFT**

El cálculo de la **Distorsión Total de Armónicos (THD)** a partir de la **Transformada Rápida de Fourier (FFT)** se basa en la descomposición de la señal en sus componentes de frecuencia, lo que permite identificar las magnitudes de los armónicos presentes en la señal.

**Pasos para calcular el THD usando la FFT:**

1. **Obtener la FFT de la señal**:
   * Aplica la **FFT** a la señal de corriente o voltaje para obtener su representación en el dominio de la frecuencia.
   * La FFT descompone la señal en sus componentes de frecuencia, y genera una serie de valores complejos que corresponden a las amplitudes y fases de las frecuencias presentes en la señal.
2. **Identificar la frecuencia fundamental**:
   * La **frecuencia fundamental** es la frecuencia más baja de la señal, que es la componente principal de la onda. En una señal de corriente alterna (CA), esta suele ser la frecuencia de la red, por ejemplo, 50 Hz o 60 Hz.
   * El **valor de la amplitud** en esa frecuencia fundamental es ​, que es el primer componente espectral obtenido de la FFT.
3. **Obtener los armónicos**:
   * Los **armónicos** son los múltiplos de la frecuencia fundamental. En la FFT, estos aparecerán en posiciones correspondientes a frecuencias como , ​, etc., donde es la frecuencia fundamental.
   * Extrae las **amplitudes** de estos armónicos (​,​,…) de la FFT.
4. **Calcular el THD**:
   * ****Una vez que tienes la amplitud de la frecuencia fundamental (​, ​) y las amplitudes de los armónicos (​,​…) el **THD** se calcula como:

**Cálculo de la distorsión del factor de potencia con base en el THD**

El factor de potencia (FP) mide cuánta de la potencia aparente se está utilizando efectivamente para realizar trabajo útil. Un alto THD generalmente indica la presencia de distorsión armónica, lo que puede afectar negativamente al factor de potencia. Específicamente, los armónicos causan una potencia reactiva adicional y pérdidas en el sistema.

Relación entre THD y el factor de potencia:

1. Potencia activa, reactiva y aparente:
   * La potencia activa (P) es la que realiza trabajo útil (medida en vatios, W).
   * La potencia reactiva (Q) está asociada con la energía almacenada y liberada por los elementos inductivos y capacitivos (medida en voltamperios reactivos, VAR).
   * La potencia aparente (S) es la combinación de la potencia activa y reactiva, medida en voltamperios (VA).

El factor de potencia (FP) se calcula como:

Donde: